**ÔN TẬP HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ **

**A. Các kiến thức cần nhớ**

1. Tính chất của hàm số 

- Nếu a > 0 thì hàm số đồng biến khi x > 0 và nghịch biến khi x < 0

- Nế a < 0 thì hàm số đồng biến khi x < 0 và nghịch biến khi x > 0

2. Đồ thị của hàm số 

Đồ thị của hàm số  là một Parabol luôn đi qua gốc tọa độ và nhận Oy làm trục đối xứng

- Nếu a > 0 thì (P) nằm phía trên trục hoành và O là điểm thấp nhất

- Nếu a < 0 thì (P) nằm phía dưới trục hoành và O là điểm cao nhất

**B. Bài tập áp dụng**

**Dạng 1: Tính giá trị của hàm số tại một điểm cho trước**

**Cách giải:** Giá trị của hàm số  tại điểm  là 

**Bài 1:** Cho hàm số 

a. Tìm giá trị của hàm số khi x nhận các giá trị lần lượt là -2; 0 và 

b. Tìm các giá trị của a, biết rằng: 

c. Tìm điều kiện của b biết rằng 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

**Bài 2:** Cho hàm số 

a. Tìm giá trị của hàm số khi x nhận các giá trị lần lượt là 

b. Tìm các giá trị của a, biết rằng: 

c. Tìm b biết rằng 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

**Bài 2:** Cho hàm số . Tìm các giá trị của tham số m để:

a. Đồ thị hàm số đi qua điểm 

b. Đồ thị hàm số đi qua điểm  với  là nghiệm của hệ phương trình



**Lời giải**

a. Thay  vào phương trình 

b.  là nghiệm của hệ phuương trình****

**Bài 2:** Cho hàm số . Tìm các giá trị của tham số m để:

a. Tìm các giá trị của m để  khi 

b. Tìm giá trị của m biết  thỏa mãn

+)  +) 

**Lời giải**

a) Thay  và  vào hàm số  ta được:



b) Ta đi giải các hệ phương trình

+) 

+) 

**Dạng 2: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số**

**Cách giải:** Xét hàm số . Ta có:

- Nếu  thì hàm số nghịch biến khi  và đồng biến khi 

- Nếu  thì hàm số nghịch biến khi  và đồng biến khi 

**Bài 2:** Cho hàm số . Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a. Đồng biến với mọi  b. Nghịch biến với mọi 

c. Đạt giá trị nhỏ nhất là o d. Đạt giá trị lớn nhất là o

**Lời giải**

a) Ta có:  Vậy  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:  Vậy  là giá trị cần tìm.

c) Ta có:  Vậy  là giá trị cần tìm.

d) Ta có:  Vậy  là giá trị cần tìm.

**Bài 2:** Cho hàm số . Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a. Nghịch biến với mọi  b. Đồng biến với mọi 

c. Đạt giá trị lớn nhất là 0 d. Đạt giá trị nhỏ nhất là 0

**Lời giải**

a) Ta có: . Vậy  là giá trị cần tìm.

b) Ta có: . Vậy  là giá trị cần tìm.

c) Ta có: . Vậy  là giá trị cần tìm.

d) Ta có: . Vậy  là giá trị cần tìm.

**Bài 2:** Cho hàm số 

a) Chứng minh rằng với mọi tham số m, hàm số luôn nghịch biến với mọi  và đồng biến với mọi 

b) Tìm các giá trị của tham số m để khi  hoặc  thì 

**Lời giải**

a) Ta có:  đpcm.

b) Ta có: 

**Bài 2:** Cho hàm số  với  Tìm các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến với mọi  và nghịch biến với mọi 

**Lời giải**

Yêu cầu bài toán  Vậy  là giá trị cần tìm.

**Dạng 2: Vẽ đồ thị hàm số **

**Cách giải:** Ta lập bảng giá trị sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|  | -2a | a | 0 | a | 2a |

- Biểu diễn các điểm đặc biệt trên mặt phẳng tọa độ và vẽ đồ thị dạng Parabol của hàm số đi qua các điểm đặc biệt đó.

**Bài 1:** Cho hàm số  có đồ thị là Parabol (P).

a. Xác định a để (P) đi qua điểm 

b. Với giá trị a vừa tìm được, hãy:

- Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ

- Tìm các điểm trên (P) có tung độ bằng 2

- Tìm các điểm trên (P) cách đều hai trục tọa độ.

**Lời giải**

a.  Vậy  là giá trị cần tìm.

b. Cho 

- Ta có: . M cách đều Ox, Oy nên ta có: 

**Bài 2:** Cho hàm số  có đồ thị là Parabol (P).

a. Xác định m để (P) đi qua điểm 

b. Với giá trị m vừa tìm được, hãy:

- Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ

- Tìm các điểm trên (P) có hoành độ bằng 1

- Tìm các điểm trên (P) có tung độ gấp đôi hoành độ.

**Lời giải**

a) Ta có (P) đi qua điểm 

b) Vì các điểm có hoành độ bằng 1 nên ta có:  điểm cần tìm 

+) Các điểm trên (P) có tung độ gâp đôi hoành độ là: 

**Bài 2:** Cho hàm số  có đồ thị là Parabol (P).

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ

b) Trong các điểm  điểm nào thuộc (P), điểm nào không thuộc (P).

**Lời giải**

b) Thay  vào (P), ta được đẳng thức luôn đúng do đó điểm A thuộc (P)

- Tương tự ta có điểm B, C không thuộc vào (P).

**Dạng 3: Sự tương giao giữa (P) và (d)**

**Cách giải:** Cho (P):  và (d): . Để tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) ta làm như sau:

**Bước 1:** Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d: 

Bước 2: Giải phương trình (\*) ta tìm được nghiệm (nếu có). Từ đó ta tìm được tọa độ giao điểm của (P) và d

\*) Chú ý: Số nghiệm của (\*) đúng bằng số giao điểm của (P) và d, cụ thể

- Nếu (\*) vô nghiệm thì d không cắt (P)

- Nếu (\*) có nghiệm kép thì d tiếp xúc với (P)

- Nếu (\*) có hai nghiệm phân biệt thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt

**Bài 1:** Cho  và đường thẳng 

a) Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và d

c) Dựa vào đồ thị, hãy giải bất phương trình:

**Lời giải**

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d: 

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy  hoặc  là nghiệm của bất phương trình .

**Bài 1:** Cho  và đường thẳng 

a) Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và d

c) Dựa vào đồ thị, hãy giải bất phương trình:

**Lời giải**

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d: 

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy  là nghiệm của bất phương trình .

**Bài 1:** Cho hàm số  có đồ thị là (P)

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ

b) Tìm các điểm thuộc (P) thỏa mãn:

- Có tung độ bằng 4

- Cách đều hai trục tọa độ

c) Dựa vào đồ thị, biện luận số nghiệm của phương trình  theo m.

**Lời giải**

b) Thay  vào hàm số  ta được các điểm thỏa mãn bài toán là: 

- Các điểm cách đều hai trục tọa độ là: 

c) Ta có: . Đường thẳng  là song song với trục hoành. Dựa vào đồ thị ta có:

- Với  Phương trình có nghiệm duy nhất 

- Với  Phương trình có hai nghiệm 

- Với  Phương trình vô nghiệm.

**Bài 1:** Cho  có đồ thị là (P)

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ

b) Dựa vào đồ thị, biện luận theo m số nghiệm của phương trình  theo m.

**Lời giải**

b) Với  Phương trình có nghiệm duy nhất 

- Với  Phương trình có hai nghiệm 

- Với  Phương trình vô nghiệm.

**Bài 1:** Cho hàm số  và 

a. Vẽ đồ thị cả hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ

b. Gọi A và B là giao điểm của (P) và (d). Tính 

**Lời giải**

a) Xét hàm số 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

- Xét hàm số 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | 0 | -2 |
| y | 2 | 0 |

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm:  tại hai điểm phân biệt 

- Gọi 

 (đvdt).

**Bài 2:** Cho hàm số có đồ thị hàm số là (P).

a. Tìm hệ số a biết rằng (P) đi qua điểm 

b. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm 

c. Vẽ (P) và d xác định được ở các câu a và b trên cùng một hệ trục tọa độ

d. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) ở các câu a và b

**Lời giải**

a) Tìm được a = 1

b) Ta có d đi qua O nên  vì d đi qua  nên 

d) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): 

**Bài 3:** Cho  . Tìm m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho:

a. A và B ở hai phía của Oy b. A và B ở cùng 1 phía Oy

c. A và B ở bên phải Oy d. A và B ở bên trái Oy

**Lời giải**

Xét phương trình hoành độ giao điểm: 

Để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt:



a. Theo Viet: 

Để A và B ở hai phía của Oy thì  trái dấu 

b. 

c. 

d. 

**Bài 4: [ Hà Nội năm 2011 – 2012 ]**

Cho 

a. Chứng minh rằng: với mọi m thì (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt

b. Gọi  là hoành độ cuả A và B. Tìm m sao cho: 

**Lời giải**

a) Xét phương trình: 

b. Theo Viet, ta có:  ~~~~

**Bài 5: [ Hà Nội năm 2014 – 2015 ]**

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng 

a. Tìm tọa độ các giao điểm của d và (P)

b. Gọi  là hai giao điểm của d và (P). Tính 

**Lời giải**

a. Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

b. Gọi A’, B’ lần lượt là hình chiếu của A và B xuống trục hoành

Ta có: 

Diện tích hình thang: 



**Bài 6:** Cho 

a. Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi m = 1

b. Tìm m sao cho (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B có hoành độ  thỏa mãn: 

**Lời giải**

a. Xét phương trình: 

Khi  tại hai điểm phân biệt A, B

+) 

+) 

b. (1) phải có hai nghiệm phân biệt 

Theo Viet: 

Ta có: 

c. Thỏa mãn: 

**Bài 7:** Cho 

a. Tìm m sao cho d cắt P tại hai điểm phân biệt

b. Gọi  là các hoành độ của hai giao điểm. Tìm m để

+)  +) 

+)  +)

**Lời giải**

a. 

(1) phải có hai nghiệm phân biệt 

b. Theo Viet, ta có: ~~~~

+) Do 

Từ (2) 

+) 

Từ (2) 

+) 

+) 

- Nếu 

- Nếu 

**Bài 8:** Cho 

a. Chứng minh rằng với mọi a, d luôn cắt P tại hai điểm A và B

b. Gọi E và F là hình chiếu vuông góc của A và B trên Ox, Chứng minh rằng tam giác KFE vuông.

**Lời giải**

a. 

b. Gọi  là hoành độ của A và B



Theo Viet, ta có: +) Hoặc dùng tam giác đồng dạng cũng được.

(**Lưu ý:** Nên vẽ hình minh họa )

**Bài 9: [ Chuyên Sư Phạm 1]:** Cho 

Tìm m để d cắt P tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  là các độ dài của hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền bằng 

**Lời giải**

Xét phương trình: 

Theo định lý Viet: 

Yêu cầu bài toán



**Bài 10:** Cho . Tìm m để d cắt P tại 2 điểm phân biệt  thỏa mãn:

a.  b.  c. 

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 



Theo định lý Viet: 

a. Ta có: 

b. 

Kết hợp:

c. 



. Vậy m > 0 là các giá trị cần tìm.

**Bài 11: [ Chuyên Hùng Vương Phú Thọ năm 2014 - 2015]**

Trong mặt phẳng cho hệ trục tọa độ Oxy và điểm A(1;3), 

a. Chứng minh rằng d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt

b. Giả sử B và C là hai giao điểm của d và (P). Tìm a, biết AB = 2AC

**Lời giải**

a. Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 



b. Theo Viet, có: 

Ta có: 



+) 

+) 

- 

- 

Vậy a = 1, a = 3 là các giá trị cần tìm.

**Bài 12: [ Chuyên SPHN năm 2014 - 2015]**

Trong mặt phẳng cho hệ trục tọa độ Oxy và điểm A(1;3), 

a. Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt

b. Gọi  là hoành độ các giao điểm của (P) và d, đặt . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a. 

Ta có:  luôn có hai nghiệm phân biệt 

b. Theo Viet, ta có: 







**Bài 13: [ Chuyên Tiền Giang, năm 2014 - 2015]**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 

Tìm trên (P) điểm A và B sao cho và đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng d, biết rằng điểm A có hoành độ dương

**Lời giải**

Vì 

Hoành độ của A, B là nghiệm của phương trình: 

Vì A, B phân biệt nên (1) có hai nghiệm phân biệt  hay: 

Khi đó 



**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** không vẽ đồ thị hãy tìm tọa độ các giao điểm của các đồ thị hàm số sau (m là tham số)

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

**Hướng dẫn giải**

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: 

b) Ta tìm được tọa độ giao điểm của (P) và d là: 

c) Không tồn tại giao điểm

d) Ta tìm được tọa độ giao điểm của (P) và d là: 

**Bài 1:** Cho hàm số  Xác định giá trị của tham số m để các điểm sau thuộc đồ thị hàm số

a)  b)  c) 

**Hướng dẫn giải**

a) Ta có thuộc đồ thị hàm số . Vậy  là giá trị cần tìm.

b) Ta có thuộc đồ thị hàm số . Vậy  là giá trị cần tìm.

c) Ta có thuộc đồ thị hàm số . Vậy  là giá trị cần tìm

**Bài 3:** Cho hàm số  (m là tham số)

a) Chứng minh hàm số luôn nghịch biến với mọi  và đồng biến với mọi 

b) Tìm các giá trị của m biết khi  hoặc  thì 

**Hướng dẫn giải**

a) Ta có:  đpcm

b) Ta có: . Vậy .

**Bài 4:** Cho hàm số  với  Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a) Nghịch biến với mọi 

b) Đồng biến với mọi 

**Hướng dẫn giải**

a) Hàm số nghịch biến với 

b) Hàm số đồng biến với mọi 

**Bài 4:** Cho hàm số  với  Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a) Đi qua điểm 

b) Đi qua điểm  với  là nghiệm của hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

a) Hàm số đi qua điểm 

b) . Hàm số đi qua điểm có tọa độ .

**Bài 5:** Cho Parabol  và  Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a) Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ gia điểm của (P) và d

c) Dựa vào đồ thị, hãy giải bất phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

b) Tọa độ giao điểm của (P) và d là:  và 

c) Bất phương trình: 